U.PORTO
FACULDADE DE CIÊNCIAS UNIVERSIDADE DO PORTO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ATΣNA

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS D. PEDRO I
Sede: Escola Básica D. Pedro I

Prova 1 – Nível I – 13 fevereiro 2019

Geometria – Proposta de resolução

Problema 1 – Pintura do cenário

Na escola do Jaime e da Rute vai realizar-se um teatro. A turma deles está responsável pela construção do cenário.

A figura 1 mostra a forma e as medidas do referido cenário.

Eles querem pintar as paredes do cenário. A tinta é vendida em latas de um litro e cada lata de tinta dá para pintar 12,5 m^2.

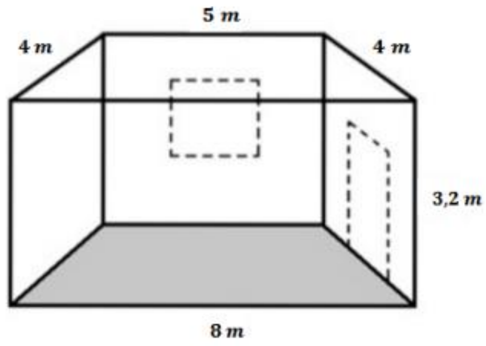


Figura1

Numa das paredes, há uma janela de medidas 2m x 1,5m, na outra parede há uma porta de medidas 1,2m x 2m e as paredes são verticais. Deste modo, quantos litros da tinta deverão ser comprados, sabendo que a pintura será feita em duas demão.

Resolução:

Observando a figura 1 verifica-se que:

$A_{lateral} = 4 \times 3,2 + 4 \times 3,2 - 1,2 \times 2 = 23,2$ m^2 e $A_{lateral} = 5 \times 5 - 2 \times 1,5 = 22$ m^2

Assim, $A_{cenário} = A_{lateral} + A_{lateral} = 23,2 + 22 = 45$ m^2 é a área a pintar.

Como são pintadas duas demão, tem-se $2 \times 45 = 90$ m^2

Ora, cada lata dá para 12,5 m^2 então, $\frac{90}{12,5} = 7,2$ l

Para pintar o cenário serão necessários 8 litros, já que cada lata tem 1 litro de tinta.

Problema 2 – Decoração da parede do cenário

O Jaime sugeriu à Rute que, em vez de pintar, podiam decorar a parede vazia do cenário com placas de cortiça com a forma indicada pela figura 2.

As placas de cortiça têm a forma de um retângulo de dimensões 20 cm x 40 cm com duas cores diferentes, sendo uma mais escura que outra. A Rute não gostou muito da ideia pois achou que o cenário iria ficar muito escuro.

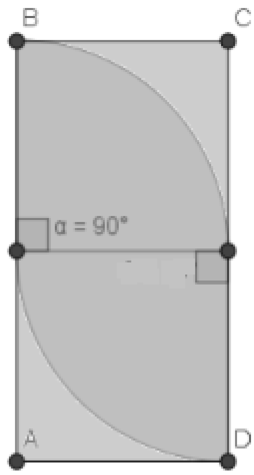


Figura 2

Projeto NORTE-08-5266-FSE-000036 cofinanciado por:
NORTE2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Resolução:

2.1. Quantas placas, a turma necessitará para cobrir a parede?

Da leitura do enunciado do problema conclui-se que a parede a decorar tem 4 m = 400 cm por 3,2 m = 320 cm.

1) Se as placas estiverem na vertical: 400 ÷ 20 = 20 e 320 ÷ 40 = 8, serão $20 \times 7 = 140\ placas$.
2) Se as placas estiverem na horizontal: 400 ÷ 40 = 10 e 320 ÷ 20 = 16, serão 10 × 16 = 160 placas

Dependendo da posição em que as placas forem colocadas, serão necessárias 140 placas (verticalmente) ou 160 placas (horizontalmente).

2.2. Qual a área escura de uma só placa?

Observando a figura 2, verifica-se que cada placa é dividida em dois quadrados de 20 × 20, logo tem 400 cm^2 de área. Como a área mais escura é um quarto de círculo de raio 20 cm, tem-se A = $\frac{1}{4}\pi \times 20^2 = 100\pi$ cm^2, pelo que a placa inteira terá 2 × 100 π = 200π cm^2

2.3. Qual a área escura da parede coberta pelas placas?

Atendendo a 2.1 e a 2.2 tem-se:

1) Se as placas estiverem na vertical a área escura será: $140 \times 200\pi = 28000\,\pi$ cm^2.
2) Se as placas estiverem na horizontal a área escura será: 160 × 200π = $32000\,\pi$ cm^2.

Dependendo da posição em que as placas forem colocadas, a área escura será de $28000\,\pi$ cm^2 (verticalmente) ou $32000\,\pi$ cm^2 (horizontalmente).

2.4. Efetuando os cálculos, determina qual das duas cores tem maior área, a parte escura ou a mais clara.

Conhecida a área da parte mais escura (alíneas 2.2), determine-se a área da parte mais clara:
Para metade da placa, a parte clara é dada pela expressão 400 - 100 π, logo a área da parte clara da placa inteira é de 800 - 200 π.

Assim,

1 placa tem de parte escura aproximadamente 628,3 cm^2, pelo que tem de parte clara aproximadamente, 171,68 cm^2, tomando π = 3,14.

Conclui-se que a maior área da placa é a parte escura.

Projeto NORTE-08-5266-FSE-000036 cofinanciado por:
NORTE2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA
Fundo Social Europeu

Problema 3 – Decoração do cenário

A turma decidiu decorar o cenário colocando bandeirinhas, como as dos modelos A e B e de acordo com as medidas ilustradas na figura 3.

O custo de fabrico de uma bandeira é proporcional à sua área. Sabendo que, se optarem por comprar o modelo B, gastarão 0,15 euros por bandeira, quanto gastarão se comprarem o modelo A?

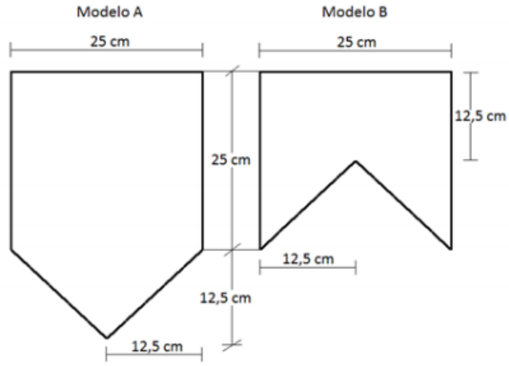
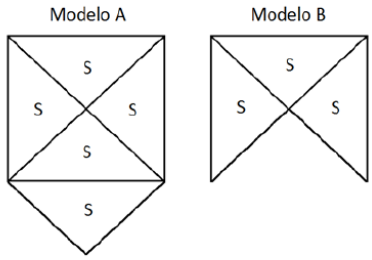


Figura 3

Resolução:



Observando a figura 3, pode proceder-se à decomposição em triângulos geometricamente iguais. Atendendo a que o modelo B custa 0,15€ o preço por cada um dos triângulos será 0,15 ÷ 3 = 0,05€. Como o custo de fabrico de uma bandeira é proporcional à sua área, tem-se que, no modelo A 0,05 × 5 (triângulos) = 0,25€.

Assim, gastarão 0,25€por bandeira do modelo A.

Problema 4 – Centro do Palco

Nos ensaios do teatro os atores sentiram necessidade de marcar a zona central no chão do palco para saberem melhor as suas posições em cena. Assim, o Jaime e a Rute deram a ideia de colocar no chão uma estrela no centro do palco, igual à da figura 4.

No momento da sua construção, os alunos da turma tiveram alguma dificuldade, então o Jaime explicou:

-Prolongamos os lados de um pentágono regular para construímos uma estrela.

Classifica cada um dos cinco triângulos?

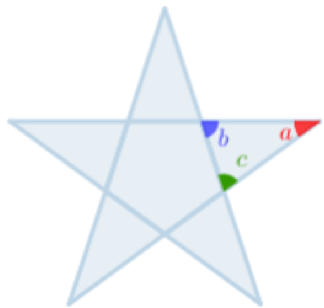
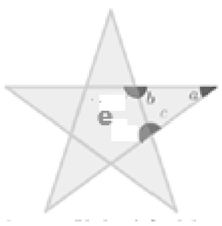


Figura 4

Resolução:



Sabe-se que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180 graus. Como o pentágono é regular, tem todos os lados e ângulos iguais.

Seja e um ângulo, logo c + e = b + e = 180 graus, donde se conclui que c = b. Como, num triângulo, a ângulos iguais opõem-se lados iguais, o triângulo será pelo menos isóscele. Pela observação da figura 4, o triângulo não poderá ser equilátero.

Projeto NORTE-08-5266-FSE-000036 cofinanciado por:

Problema 5 – Saída de palco

No fim da peça, os alunos que tinham construído o palco iam receber um prémio como recompensa pela sua participação. Cada prémio tem a forma de uma placa quadrada, de lado 18 cm, como o da figura 5. A placa contém elementos retangulares (representados a cinza escuro) dispostos como na figura 5. A razão entre as dimensões destes elementos cinzentos é de 2:1. Qual é a área, em cm^2, de cada um destes elementos cinzentos?

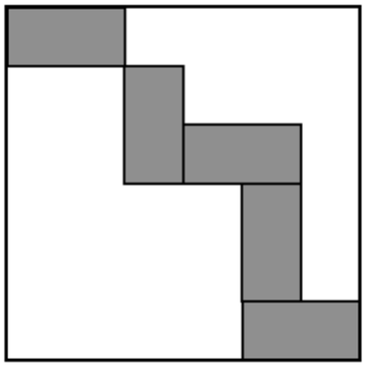
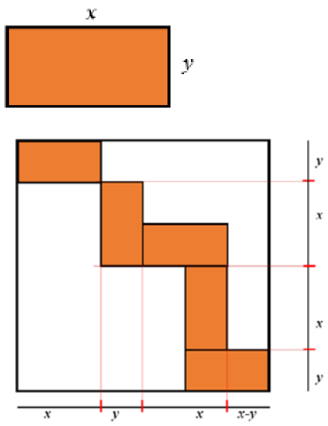


Figura 5

Resolução:



Considere-se x e y o comprimento e a largura dos retângulos do interior do quadrado. Tenso em atenção estas medidas, decompõem-se a medida dos lados do quadrado de duas maneiras, conforme mostra a figura ao lado.

Assim, tem-se que, <u>pela leitura vertical</u> das medidas do quadrado da figura, $x + y + x + y = 18$. Simplificando-se tem-se, $2x + 2y = 18$ (obtido por tentativa erro, tendo em conta a razão).

<u>Pela leitura horizontal</u> das medidas do quadrado do quadrado da figura, tem-se que $x + y + x + (x - y) = 18$, ou seja, $3x = 18$, isto é, $x = 6$ cm, então $y = 6 \div 2 = 3$cm.

Então a área de cada um dos retângulos será $A = c \times l = 6 \times 3 = 18\ cm^2$.

FIM

Projeto NORTE-08-5266-FSE-000036 cofinanciado por:

NORTE2020 PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu